

CURSOS DE EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO

PROGRAMA

Componente de Formação Científica

Disciplina de

Geometria Descritiva

Direcção-Geral de Formação Vocacional

2005

Parte I

Orgânica Geral

Índice:

| | Página |
|--|--------|
| 1. Caracterização da Disciplina | 3 |
| 2. Visão Geral do Programa | 3 |
| 3. Competências a Desenvolver | 4 |
| 4. Orientações Metodológicas / Avaliação | 5 |
| 5. Elenco Modular | 8 |
| 6. Bibliografia | 9 |

1. Caracterização da Disciplina

A disciplina de Geometria Descritiva integra a componente de formação científica de alguns dos cursos de Educação e Formação criados pelo despacho conjunto n.º 453/ 2004, de 27 de Julho dos Ministérios da Educação e da Segurança Social e do Trabalho.

É uma disciplina de carácter essencialmente formativo, de alcance muito amplo:

- inicia os estudantes numa linguagem gráfica de representação do espaço a três dimensões e nos processos (intrinsecamente associados) de tratamento gráfico da informação relativa à descrição dos objectos geométricos, que têm por base o chamado método de Monge;
- visa a estruturação, o desenvolvimento e a sistematização de conhecimentos e aptidões quer nos domínios da percepção racional do espaço e da sua representação gráfica rigorosa, quer na resolução de problemas relativos à descrição da geometria das formas – conhecimentos e aptidões que são aplicáveis num vasto conjunto de domínios profissionais;
- promove um conjunto de capacidades estruturantes de carácter mais geral, expressáveis, sobretudo, ao nível das atitudes, como a capacidade de abstracção e de resolução genérica de problemas, o sentido do rigor, a criatividade, o espírito crítico e a capacidade de decisão, o gosto pela investigação e a valorização de métodos de trabalho.

2. Visão Geral do Programa

Este programa está estruturado em nove módulos, quatro dos quais correspondem às primeiras 36 horas e os restantes cinco às 160 horas, que completam o ciclo de formação.

Aplica-se a uma sequência de dois níveis de aprendizagem: o primeiro, relativo aos cursos de tipo 4 e Formação Complementar (módulos 1, 2 e 3, de acordo com a nota apresentada no ponto 5-Elenco Modular); o segundo corresponde aos cursos de tipo 5 (módulos 4 a 9).

O desenvolvimento proposto inicia-se com a definição do objecto da disciplina, com uma apresentação de exemplos de diferentes métodos de representação gráfica rigorosa do espaço a três dimensões e de diferentes estádios da sua evolução. Esta apresentação visa explicar as origens da geometria descritiva e evidenciar, empiricamente, o seu valor como instrumento gráfico de comunicação – capaz de veicular informação objectiva sobre a geometria das formas, de modo racional e eficaz.

Segue-se uma introdução à teoria das projecções, apoiada na construção e na observação de modelos tridimensionais, que permitem investigar empiricamente a mecânica de funcionamento da representação descritiva e deduzir, experimentalmente, algumas das suas regras práticas mais importantes. Nesta fase, prevê-se uma breve passagem pelo método das projecções cotadas, precedendo a iniciação ao método de Monge; o objectivo é testar, num contexto mais simples, algumas das operações fundamentais da passagem do espaço tridimensional para a sua representação gráfica descritiva; a aplicação dessas operações, já no sistema de dupla projecção ortogonal, constitui o tema geral do Programa.

As potencialidades do Método de Monge – instituído, a partir deste momento, como suporte instrumental para desenvolver toda a sequência de estudos – são, então, progressivamente exploradas para resolver, no plano, problemas geométricos de dificuldade crescente e relativos ao entendimento e à representação de objectos de definição rigorosa, concebidos no espaço a três

dimensões: numa primeira fase – correspondente aos quatro primeiros módulos definidos no Programa – visando exclusivamente estudar e representar figuras planas; numa segunda fase – correspondente aos três módulos seguintes – visando estudar e representar sólidos geométricos e a sua posterior transformação, resultante de truncamentos. Recorrer-se-á, nesta fase, à terceira projecção, lateral, sempre que se justifique.

Em complemento, ao longo dos dois últimos módulos, aborda-se a Teoria das Sombras (em particular com a fonte luminosa colocada no infinito, incidindo segundo a direcção luminosa dita convencional) que será, sucessivamente, aplicada à projecção de sombras de figuras planas e à determinação de sombras próprias e projectadas de sólidos.

Assim, fica o programa articulado em dois dos patamares dos diversos percursos definidos no diploma regulador:

- o primeiro diz respeito aos cursos de tipo 4 ou ao curso de formação complementar e aborda a Geometria Descritiva numa perspectiva prática, orientada para a representação de figuras planas de definição rigorosa, com dimensões dadas, em qualquer posição no espaço;
- o segundo diz respeito aos cursos de tipo 5: após uma abordagem da Geometria Descritiva numa perspectiva semelhante à anterior, possibilitando a representação de figuras planas, com dimensões dadas, em qualquer posição no espaço, prossegue (com recurso simultâneo, sempre que conveniente, à terceira projecção, lateral) com o estudo, dadas as dimensões, da representação de sólidos, ou de troncos de sólidos, com bases assentes em planos paralelos a um dos planos de projecção; continua com o estudo da representação de pirâmides e prismas com a base assente em qualquer plano e termina com o estudo da Teoria das Sombras, aplicação descritiva que, tradicionalmente, complementa a dupla projecção ortogonal e permite explorar formas particularmente expressivas de representação.

Chama-se a atenção para o facto de, para além dos expressamente mencionados, existirem outros conteúdos implícitos, transversais, que deverão ser considerados. Estes conteúdos dizem respeito à normalização dos desenhos de expressão rigorosa, à utilização adequada dos instrumentos de traçado e demais equipamento e aos aspectos gerais da expressão e da representação gráfica, que não poderão deixar de ser veiculados no decurso do processo de ensino-aprendizagem previsto, embora não sejam específicos da disciplina de Geometria Descritiva.

3. Competências a Desenvolver

Não obstante a divisão do processo de ensino-aprendizagem nas duas fases, anteriormente referidas – correspondentes a dois patamares ou níveis de formação diferentes – algumas das competências gerais a desenvolver, ao longo do percurso proposto no presente programa, são semelhantes e são as seguintes:

- entender (configurar e lidar com) a abstracção do espaço tridimensional, designadamente em situação de resolução de problemas;
- ler (descodificar) traçados produzidos segundo as normas correntes;
- aplicar (reproduzir) os processos construtivos da representação de formas reais ou imaginadas, com o auxílio de instrumentos de desenho, utilizando os conhecimentos adquiridos, em Geometria Descritiva, em traçados correctos quer de registo, quer de comunicação;
- planificar e organizar o trabalho, com autonomia no desenvolvimento de actividades individuais, espírito de cooperação em equipa e permanente espírito crítico.

Quanto às competências específicas, a desenvolver por fase, deverão ter em conta os dois níveis a atingir.

Assim sendo, no 1.º nível (cursos de tipo 4 e curso de Formação Complementar), os alunos deverão desenvolver as seguintes competências específicas:

- executar traçados rigorosos e com boa qualidade gráfica geral;
- aplicar convenções usuais de traçado e de representação;
- executar os traçados geradores das figuras planas mais correntes;
- representar as figuras planas mais correntes em dupla projecção ortogonal, segundo medidas dadas, em qualquer posição no espaço.

Os módulos correspondentes aos cursos de tipo 5 deverão desenvolver as seguintes competências específicas:

- executar traçados rigorosos e com boa qualidade gráfica geral;
- aplicar convenções usuais de traçado e de representação;
- executar os traçados geradores das figuras planas mais correntes;
- representar as figuras planas mais correntes em dupla projecção ortogonal, segundo medidas dadas, em qualquer posição no espaço;
- representar os sólidos mais correntes, em dupla projecção ortogonal, segundo medidas dadas, nas posições estudadas;
- estudar e representar alguns truncamentos nos referidos sólidos;
- representar os objectos estudados com sombras próprias projectadas segundo a direcção luminosa convencional.

4. Orientações Metodológicas / Avaliação

Dada a orientação geral desta oferta formativa – que tem como objectivo fundamental promover o sucesso, bem como a prevenção dos diferentes tipos de abandono escolar, designadamente o desqualificado – entendeu-se que a abordagem dos conteúdos desta disciplina deveria ser feita através de didácticas apropriadas a estes alunos que, anteriormente, se distanciaram por variadas razões do processo de ensino-aprendizagem.

O carácter reconhecidamente abstracto da matéria de Geometria Descritiva não costuma proporcionar, de imediato, a adesão por parte dos alunos menos treinados na abstracção. É, de resto, provável que todo o seu percurso anterior não lhes tenha proporcionado uma grande experiência naquilo que, habitualmente, se designa por «resolução de problemas». As suas capacidades, nesse domínio, não estarão longe da média dos alunos com um percurso escolar sem grandes sobressaltos, visto que essa parece ser, actualmente, uma das insuficiências mais sentidas no ensino básico e secundário no nosso país. Este programa propõe-se precisamente preencher estes vazios, recuperando ou gerando competências, recorrendo, por isso, a metodologias que permitem atingir níveis de abstracção consideráveis e desenvolver a capacidade de resolver problemas, através de passos de aprendizagem que vivem, inicialmente, do e no concreto de teor oficial.

A geometria descritiva de Monge não é apenas a geometria de Euclides: visou sempre, de forma declarada, ser um sistema de aplicação desta à resolução de problemas concretos, embora com

base na mesmíssima capacidade de raciocínio espacial, de lógica aplicada à inteligência das três dimensões que, frequentes vezes, se denomina «ver no espaço». Assim, ao invés de se começar pela generalização e pelas classificações dos assuntos, tratando-os em categorias convencionais, por natureza mais abstractas, devem predominar, na abordagem das várias matérias, os exercícios de resolução de problemas centrados nas figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais mais elementares – mais familiares e exemplificáveis com objectos vulgares da sala de aula e da vida corrente – envolvendo situações facilmente referenciáveis ao real ou redutíveis a modelos de construção quase imediata.

Em segundo lugar, deverão ser, à partida, solicitadas ao aluno tarefas de investigação concreta, efectuadas a partir de modelos e conduzidas com uma estratégia de projecto, que deverão ser apoiadas, como tal, tirando partido do conhecimento específico que alguns docentes, desta área, têm deste tipo de actividades: uma relação de *atelier* com o professor, torna mais fácil o conhecimento de cada um dos alunos e permite o desenrolar natural das diferentes fases do trabalho, que se vão articulando, com o consequente cumprimento de prazos, num processo de projecto (peças montadas e desenhadas, relatório escrito, sucessivas apresentações formais).

Nesta primeira fase de trabalho, de desenvolvimento gradual, que deverá alongar-se por um período considerável, colocar-se-ão já problemas de desenho, que podem incidir sobre vários domínios: desde logo, aquele que decorre das construções tridimensionais e da passagem dessas construções para uma linguagem convencionada de representação plana do espaço; de seguida, sobre a exploração dos modelos, que estabelecem relacionamentos geométricos próprios; igualmente, sobre o exercício de noções novas (ou lembradas) da geometria elementar e de alguns dos métodos gerais que vão surgindo no percurso; finalmente, sobre variantes, propostas a partir do projecto ou explorações laterais da matéria.

Assim, do próprio trabalho de projecto poderá decorrer uma enunciação de problemas especificamente gráficos. Primeiro, apenas com o propósito de desenvolver a capacidade de, face a determinada matéria de estudo, interpretar um enunciado e encontrar um método de resolução para os problemas colocados. É este o momento próprio para organizar dúvidas levantadas pelo processo, que pode ter uma componente de discussão entre colegas, mas tenderá ao desenvolvimento individual. Será também altura para explorar, verbalmente, estratégias de solução, que passadas a escrito, traduzidas em relatório, poderão constituir-se em guião de actividade, contendo os passos a dar e perspectivando a actividade de desenhar.

Este processo preparará os alunos para, numa última fase de cada módulo, se confrontarem com a tarefa de resolver problemas típicos de geometria descritiva, colocados tradicionalmente e resolvidos individualmente. Também neste caso, de duas formas: desenhando ou enunciando por escrito as orientações de base do raciocínio.

Finalmente, é importante que, na abordagem da matéria de Geometria Descritiva, se insista na avaliação como tarefa responsabilizante de superior importância, que permite evidenciar o progresso feito, sublinhando os passos conseguidos. Em suma: deve possibilitar-se que, a qualquer momento, se proceda a um “corte no tempo” e a uma aferição actualizada da aquisição dos conhecimentos, o que implica observações geralmente globais – envolvendo tudo o que antecedeu o momento presente – e classificações que se sobrepõem, necessariamente, a cada uma das anteriores, num processo de avaliação contínua que permite fazer constantes pontos de situação.

Cada um dos módulos, desenvolvido na parte II do Programa, contém orientações metodológicas e sugestões de avaliação.

As sugestões de avaliação estão relacionadas com as duas áreas de actividade que, de acordo com o que acima estabelecemos, são consideradas principais: o trabalho de projecto, centrado no

desenvolvimento de tarefas longas, com trabalho de equipa e trabalho individual; a actividade de resolução gráfica de problemas, em dupla e, – por vezes, tripla – projecção ortogonal.

À avaliação caberá percorrer duas vertentes: uma que contempla processos construtivos de modelos tridimensionais, sempre mais demorada, e inicial, em vários períodos do estudo; outra que se centra na resolução de problemas, inicialmente numa perspectiva de investigação, sem tempo limite e, numa fase mais adiantada, adoptando a perspectiva mais convencional, com limite de tempo.

Desta forma, o resultado da avaliação poderá apresentar-se como uma composição das duas valências; as várias sugestões apresentadas ao longo do Programa irão reflectir esta possibilidade:

- primeiro, incidência no trabalho de projecto com uma avaliação que, no final, contemplará: (a) as qualidades das construções e das projecções; (b) a quantidade e a qualidade das observações extraídas em relatório; (c) a qualidade da organização pessoal e (d) a capacidade de trabalhar em equipa (o cumprimento de cada fase em que o professor entenda dividir o projecto terá a ver com a capacidade organizativa do aluno, de autodisciplina e sensibilidade para a necessidade de cumprir prazos, deixando-se cada classificação intermédia condicionada a uma correcção na fase seguinte, até se estabelecer a classificação definitiva de projecto no produto final);
- depois, testes de resolução gráfica, que englobem, de preferência, a totalidade dos conhecimentos adquiridos até ao momento.

Em qualquer dos casos a avaliação define-se sempre como um processo construtivo: um processo de avaliação contínua, constituindo-se como o preciso inverso de uma classificação resultante de um conjunto de médias: o aluno é avaliado de acordo com a apreciação mais recente, mais actualizada. Este processo também permite a correcção permanente da auto-avaliação das capacidades e o estabelecimento de estratégias concertadas de superação de dificuldades.

Por fim, não parece que, em geral, se deva centrar a avaliação em questões tão abstractas como, por exemplo, determinar o traço de uma recta d num plano de projecção δ . Já parece ter mais interesse, no âmbito do mesmo exemplo, a determinação do traço dessa recta no primeiro plano de projecção que lhe ficar no caminho, sendo ela um raio luminoso na sua vocação de iluminar... e determinando, de seguida, a sombra de um vértice de pirâmide. No fundo, o mesmo problema, mas cumprindo vocações diferentes.

Sem pretender escamotear qualquer conteúdo fundamental dos habituais programas de 12.º ano de Geometria Descritiva, é importante que se coloque a tónica nos fins, muito mais do que nos meios. No presente programa, assim como na aula, ou na avaliação, eles serão sempre meios ao serviço de fins, traduzidos em capacidades acrescidas de abstracção e de resolução de problemas.

5. Elenco Modular

(Sequência T4/F.C. – T5)

| Número | Designação | Duração de referência (horas) |
|--------|--|-------------------------------|
| 1 | Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta | 12 (*) |
| 2 | Representação de Figuras Planas I | 12 (*) |
| 3 | Representação de Figuras Planas II | 12 (*) |
| 4 | Representações do Ponto, da Recta e de Figuras Planas | 16 |
| 5 | Representação de Sólidos I (Método de Monge com Projecção Lateral) | 32 |
| 6 | Representação de Sólidos II | 32 |
| 7 | Intersecções e Secções | 48 |
| 8 | Teoria das Sombras – Sombras de Figuras Planas | 16 |
| 9 | Sombras de Sólidos | 16 |

(*) Esta duração é acrescentada de 4 horas (de 12 para 16) no Curso de Formação Complementar.

6. Bibliografia

As obras citadas destinam-se, essencialmente, a professores. Constituem uma primeira linha de referências para os diferentes tipos de informação que consideramos fundamentais, ou particularmente relevantes para o estudo e para o ensino da Geometria Descritiva.

AGUILAR, Leonildo Teixeira de – *Alguns Conceitos Geométricos*. Lisboa: Lusolivro, 1993.

BENSABAT, Fernando – *Ensinar Geometria Descritiva*. Lisboa: [s.n.], 1996. Tese de ano sabático.

BENSABAT, Fernando – *Geometria Descritiva: Geometria Descritiva A/B, 10.º ano, Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2003.

CARREIRA, António – *Compêndio de Desenho para o 3.º Ciclo do Ensino Liceal*. Lisboa: dep. Livraria Sá da Costa, 1972.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 10 AB: Geometria Descritiva 10.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2004;

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

FERNANDES, A. do Nascimento Palma – *Elementos de Geometria para o 2.º Ciclo dos Liceus*. Coimbra: MEN, [19--].

IZQUIERDO Asensi, Fernando – *Geometria Descriptiva*. 20.ª edição. Madrid: Dossat, 1991.

JACOBS, Harold – *Geometry*. 2.ª ed. Nova Iorque: W. H. Freeman & Co, 1987.

LORIA, GINO – *Storia della Geometria Descrittiva dalle Origine sino ai Giorni nostri*. Milano: Ulrico Hoepli, 1921. (Manuali Hoepli).

MONGE, Gaspard – *Géométrie Descriptive*. Paris: Jacques Gabay, 1989.

SCHMIDT, Rudolf – *Geometria Descriptiva con Figuras Estereoscópicas*. Barcelona: Reverté, 1986.

VELOSO, Eduardo – *Geometria; Temas Actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

Parte II

Módulos

Índice:

| | Página |
|--|--------|
| Módulo 1 Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta | 11 |
| Módulo 2 Representação de Figuras Planas I | 17 |
| Módulo 3 Representação de Figuras Planas II | 21 |
| Módulo 4 Representações do Ponto, da Recta e de Figuras Planas | 25 |
| Módulo 5 Representação de Sólidos I (Método de Monge com Projecção Lateral) | 26 |
| Módulo 6 Representação de Sólidos II | 30 |
| Módulo 7 Intersecções e Secções | 33 |
| Módulo 8 Teoria das Sombras – Sombras de Figuras Planas | 37 |
| Módulo 9 Sombras de Sólidos | 40 |

MÓDULO 1

Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Neste módulo inicial, pretende-se conduzir os alunos através de uma exploração, teórico-prática, dos fundamentos da representação descritiva e do método das projecções ortogonais (Método de Monge).

Este processo será desenvolvido a partir de tentativas de representação de segmentos de recta e de figuras poligonais planas e das suas propriedades métricas e posicionais. Estas experiências têm por objectivo enquadrar o estudo das representações descritivas do ponto e a da linha recta, enquanto elementos estruturantes da representação gráfica rigorosa das formas geométricas em geral.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de:

- ☐ entender representações descritivas de segmentos de recta e de figuras planas poligonais quer através de projecções cotadas, quer através do método de Monge, definidas por pontos situados num espaço organizado, dados pelas suas coordenadas;
- ☐ interpretar e construir representações de segmentos e de rectas, nomeadamente, distinguindo as suas posições relativas e a sua orientação relativamente aos planos de projecção, determinando verdadeiras grandezas de segmentos e construindo as projecções de pontos colineares.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Representar pontos dados por coordenadas;
- representar segmentos e rectas dados por pontos;
- determinar a verdadeira grandeza de um segmento;
- representar rectas passando por pontos dados, em diferentes posições relativamente aos planos de projecção;
- determinar pontos pertencentes a segmentos e pontos pertencentes a rectas;
- determinar traços de rectas oblíquas, nos planos de projecção;
- representar segmentos e rectas paralelos e concorrentes;
- ...

4 | Conteúdos

1. Geometria Descritiva
 - 1.1. Resenha histórica
 - 1.2. Objecto e finalidade
2. Noção de projecção
3. Sistemas de projecção
 - 3.1. Projecção central ou cónica
 - 3.2. Projecção paralela ou cilíndrica
 - 3.3. Projecção ortogonal
4. Representação descritiva através de projecções ortogonais
 - 4.1. Projecções cotadas
 - 4.2. Projecções conjugadas (método de Monge ou da dupla projecção ortogonal)
 - 4.2.1. Planos de projecção: PHP (v_0) e PFP (ϕ_0)
 - 4.2.2. Eixo **x** ou **Linha de Terra**
 - 4.2.3. Rebatimento dos planos de projecção
5. Representação de pontos
 - 5.1. Coordenadas de um ponto: **abscissa** ou largura, **afastamento** ou profundidade e **cota** ou altura
6. Representação de um segmento definido por dois pontos
 - 6.1. Rebatimento do plano projectante de um segmento
 - 6.1.1. Verdadeira grandeza de um segmento
 - 6.2. Pontos pertencentes a um segmento
7. Prolongamento de um segmento: recta de um segmento
 - 7.1. Pontos pertencentes a uma recta
 - 7.2. Traços de uma recta nos planos de projecção

5 | Orientações metodológicas

Os conteúdos programáticos constantes deste primeiro módulo são os mesmos que se podem encontrar em qualquer iniciação à Geometria Descritiva — nomeadamente o estudo das representações do ponto e da recta, em dupla projecção ortogonal. Contudo, este programa foi concebido e estruturado, no seu desenvolvimento, de modo a que o estudo destas entidades geométricas conceptuais — o ponto, a recta e também o plano — não fosse conduzido de forma demasiado abstracta, mas, antes, pudesse ser sempre efectuado no contexto de explorações gráficas práticas de representação de figuras, bidimensionais e tridimensionais (polígonos planos e sólidos polidédricos), facilmente referenciáveis ao real, exemplificáveis com objectos vulgares da sala de aula e da vida corrente ou com modelos volumétricos especificamente construídos para o efeito.

Módulo 1: Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta

Propõe-se, assim, que o aluno comece sempre por investigar relações geométricas realmente observáveis, existentes no espaço a três dimensões. Para tal, deve, numa primeira fase, começar por construir e analisar, sob a orientação e segundo indicações dadas pelo professor, modelos volumétricos específicos, elaborados com materiais comuns (acetatos, cartolinas, tesoura e cola, etc.) e que traduzam as relações geométricas a estudar. Nomeadamente, neste primeiro módulo, as principais relações espaciais de que decorre a representação descritiva, como as noções de projecção, de plano de projecção e de recta e de plano projectantes. Nesta fase, o trabalho será encarado como um processo projectual, ao longo de cujo desenvolvimento serão promovidas discussões, produzidos relatórios e extraídas conclusões; de seguida, estas irão sendo progressivamente aplicadas em ensaios gráficos, em conformidade com regras descritivas, à medida que forem sendo descobertas e traduzidas em procedimentos metodológicos, mais ou menos padronizados, de resolução de problemas de representação.

Assim, após a apresentação da disciplina, sugere-se que a iniciação ao estudo das representações descritivas do ponto e da recta seja integrada numa experiência de representação, por projecção ortogonal num único plano, de uma figura poligonal plana elementar – um triângulo – suportada pela observação e análise de um modelo tridimensional (**modelo 1**)¹. Esta experiência possibilita, desde logo, proceder a uma abordagem intuitiva das noções de traço de uma recta, de projecção e de recta projectante de um ponto, de traço de um plano, de projecção e de plano projectante de um segmento (ou recta).

A experiência deverá ser conduzida de modo a demonstrar aos alunos, de uma forma intuitiva, a insuficiência da projecção simples como forma de determinar o objecto projectado, podendo ser utilizada para motivar a exploração de métodos que permitam indicar a posição de cada um dos vértices e lados do polígono representado, relativamente ao plano de projecção. Esta exploração deverá iniciar-se, por uma questão de lógica de progressão do mais simples para o mais complexo, com a cotagem das projecções dos vértices da figura. (Este o motivo que levou a que no Programa se previsse uma abordagem, mesmo que elementar, do método das projecções cotadas, precedendo o estudo do método de Monge). Esta forma de representação descritiva, exclusivamente suportada pela informação relativa à localização dos vértices, permite ainda demonstrar, de uma forma muito evidente, a função do ponto enquanto elemento básico estruturante quer do espaço geometrizado, quer da sua representação gráfica rigorosa.

A subsequente demonstração da suficiência do método das projecções cotadas, por seu turno, só poderá ficar completa com a identificação de diversas propriedades formais da figura representada, como sejam a área, as amplitudes dos ângulos e as medidas dos lados.

Propõe-se, assim, que, em seguida, se proceda à investigação de processos que permitam determinar as verdadeiras grandezas dos lados do triângulo, investigação que deverá ser orientada para uma primeira abordagem do mecanismo do rebatimento, aplicado a planos projectantes ortogonais de segmentos e de rectas sobre o plano de projecção.

Estes rebatimentos permitirão, ainda, investigar, de forma metódica, as consequências projectivas e as particularidades de representação das diferentes posições relativas de segmentos e de rectas e destas relativamente ao plano de projecção e a determinação das projecções cotadas de outros pontos neles contidos (nomeadamente os seus traços no plano de projecção): o aluno deverá ser levado a relacionar, de uma forma clara, a variação da posição de um segmento em relação a um

¹ Ver Ponto 7. **Bibliografia/Outros recursos**

Módulo 1: Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta

plano de projecção com a variação das dimensões da sua projecção, desde a sua verdadeira grandeza até à projecção pontual e, por outro lado, a intuir a noção de plano projectante de uma recta como um lugar geométrico, o das rectas projectantes dos seus diferentes pontos.

Terá todo o interesse verificar, neste ponto, se a relação entre os traços de rectas complanares no plano de projecção (o horizontal) e os traços, no mesmo plano de projecção, do plano onde elas assentam, não passou despercebido aos alunos.

A demonstração de que a indicação numérica dos valores das cotas pode ser substituída, com vantagem, por uma representação gráfica do triângulo num segundo plano de projecção, perpendicular ao primeiro, permitirá, por fim, fazer a passagem das projecções cotadas para o sistema da dupla projecção ortogonal (**modelo 2**)². Uma vez que todos os procedimentos que permitem descrever o espaço a três dimensões no plano do desenho – nomeadamente o mecanismo do rebatimento – foram já previamente ensaiados na experiência inicial, todas as relações geométricas anteriormente investigadas na descrição da figura poligonal temática poderão ser replicadas sem dificuldade no novo contexto. Recomenda-se que a figura considerada quer para corresponder às condições observáveis do modelo tridimensional utilizado, quer por uma questão de inteligibilidade gráfica, seja, sempre, inicialmente representada como situada no primeiro diedro, com as posições dos vértices dadas por coordenadas de sinal positivo.

O estudo do método de Monge poderá, por fim, ser aprofundado com uma exploração mais abstracta, mas não sistemática, da representação de pontos, em diferentes situações, dados por coordenadas e de segmentos e de rectas em diferentes posições relativas e diferentes orientações relativamente aos planos de projecção.

Especial importância deverá ser dada, contudo, à tradução gráfica das diferentes posições relativas das rectas – paralelas, concorrentes ou enviesadas –, à representação de pontos e de rectas contidos nos planos de projecção, à identificação das projecções de pontos de concorrência de rectas e de pontos comuns a rectas e aos planos de projecção: os seus traços horizontal e frontal.

Também sem qualquer intuito de sistematização, deve chamar-se a atenção do aluno para a vantagem da utilização de vocábulos como **projectante**, **de frente** e **de nível**, na medida em que permitem exprimir noções fundamentais de perpendicularidade e de paralelismo entre rectas e planos.

Em contrapartida, e de forma sistemática, exija-se a utilização correcta de vocábulos de base da geometria do sistema de representação, tais como, **projecção horizontal**, **projecção frontal**, **abscissa**, **afastamento**, **cota** e **verdadeira grandeza**.

6 | Sugestões de avaliação

A abordagem que propomos no presente módulo condiciona de forma sensível os processos de avaliação. Dada essa dependência, passamos a descrever, a título de exemplo, algumas propostas concretas de trabalho de investigação apoiadas num dos modelos de trabalho indicados e as correspondentes sugestões de avaliação:

Exploração de noções de projectante e verdadeira grandeza (v.g.) relacionadas com projecções de segmentos (trabalho organizado em equipa, com desenhos e relatórios)

² Ver Ponto 7. **Bibliografia/Outros recursos**

Módulo 1: Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta

apresentados individualmente): construção de um tronco de prisma triangular regular, posicionado num diedro recto (ν_0 e φ_0), com a base apoiada no plano horizontal e uma face paralela ao plano frontal (de acordo com a descrição feita, no ponto 7.); o aluno deverá obter as projecções de dois lados opostos pertencentes à face paralela ao plano frontal (um, na base; o outro, na secção) e deverá produzir um pequeno relatório com as conclusões que dizem respeito à deformação (ou permanência) das dimensões reais em cada projecção, prestando igualmente atenção aos efeitos resultantes da perpendicularidade das arestas laterais ao plano horizontal; de seguida, deverá comparar este trabalho com um exercício semelhante, feito com uma das outras faces, observando o que se passa, desta vez, com as projecções frontais dos lados opostos (um, na base, o outro, na secção) e elaborar um relatório onde estabelece o que concluiu sobre verdadeiras grandezas de projecções relacionadas com a posição dos segmentos (paralelos, ou não, ao plano de frente).

Sugerimos, para este tipo de exercício, uma tipologia de classificação que observa os objectivos enunciados no texto do ponto 4. da I Parte e que passamos a exemplificar: (a) qualidades das construções e das projecções; (b) quantidade e a qualidade das observações extraídas em relatório (não esquecendo a expressão geral em Língua Portuguesa); (c) qualidade da organização pessoal; e (d) capacidade de trabalhar em equipa. Esta tipologia poderá ter as variantes que o professor achar mais ajustadas ao tipo de trabalho que estiver a efectuar com os alunos e aos objectivos correntes. Trabalhos haverá em que a tónica será posta nas construções geométricas, com menor importância do relatório, por exemplo.

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

LORIA, Gino – *Storia della Geometria Descrittiva dalle Origine sino ai Giorni nostri*. Milano: Ulrico Hoepli, 1921. (Manuali Hoepli).

MONGE, Gaspard – *Géométrie Descriptive*. Paris: Jacques Gabay, 1989.

SCHMIDT, Rudolf – *Geometria Descrittiva con Figure Estereoscópicas*. Barcelona: Reverté, 1986.

Outros recursos:

Modelos didácticos a utilizar, e a construir pelos alunos, com as seguintes características:

Modelos 1 e 2

O **Modelo 1** é constituído por um tronco de prisma triangular regular, com a base equilátera apoiada num plano horizontal. O truncamento será produzido de modo a resultar numa secção escalena, isto é, num sólido com as três arestas laterais de diferentes alturas. Diferentes réplicas do modelo, representando truncamentos do mesmo prisma produzidos por diferentes planos secantes, permitirão ilustrar diferentes posições e grandezas de um triângulo no espaço, projectando-se ortogonalmente no triângulo da base com uma grandeza invariável. Este modelo poderá ser executado em cartolina, por exemplo, e, posteriormente, completado com duplas faces laterais, rebatíveis sobre o plano da base — eventualmente executadas em material transparente (acetato). O modelo completo (**Modelo 2**) deverá finalmente incluir a materialização de um segundo plano de projecção — em posição vertical, que poderá ser posicionado paralelamente a uma das faces laterais do tronco de prisma e que será utilizado para estudar a descrição do triângulo escaleno da secção em dupla projecção ortogonal.

MÓDULO 2

Representação de Figuras Planas I

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Neste módulo, pretende-se conduzir o aluno através de uma exploração da representação geométrico-descritiva de figuras planas bidimensionais, considerando as suas possíveis diferentes posições em relação aos planos de projecção.

Em seguida, esta investigação será aprofundada, com a consideração das convenções que permitem dar expressão gráfica aos planos definidos pelas figuras.

Finalmente, investigar-se-á as diferentes formas de definição e de representação do plano e de determinação de elementos geométricos complanares.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de interpretar e construir representações descritivas, em dupla projecção ortogonal, de figuras planas poligonais definidas por pontos, em qualquer posição relativamente aos planos de projecção,

- ☐ distinguindo as posições das figuras relativamente aos planos de projecção;
- ☐ representando os planos definidos pelas figuras através dos seus traços nos planos de projecção;
- ☐ construindo figuras em planos dados por elementos suficientes para os definir;
- ☐ representando pontos, segmentos e rectas pertencentes às figuras representadas ou que lhes sejam complanares.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Representar figuras planas poligonais definidas por vértices, em posições perpendiculares aos planos de projecção;
- representar planos projectantes pelos seus traços nos planos de projecção;
- representar outros pontos e rectas contidos em planos projectantes;
- representar figuras planas oblíquas aos dois planos de projecção:
 - ☐ triângulos quaisquer, dados pelas projecções dos vértices;
 - ☐ paralelogramos quaisquer ou com lados horizontais e/ou frontais;
- construir as projecções de pontos e rectas quaisquer contidos em planos oblíquos, dados por uma figura plana, ou por outros elementos suficientes para os definir;
- representar rectas horizontais e frontais de um plano oblíquo;
- determinar os traços de um plano oblíquo;
- ...

4 | Conteúdos

1. Figuras contidas em planos perpendiculares aos planos de projecção
 - 1.1. Figuras paralelas a um dos planos de projecção, projectadas em verdadeira grandeza: **de nível (horizontais) e de frente (frontais)**
 - 1.2. Figuras planas **verticais e de topo**
 - 1.3. Figuras planas **de perfil**
 - 1.4. Traços de um plano projectante nos planos de projecção:
 - 1.4.1. **Planos projectantes horizontais e frontais**
 - 1.5. Projecções de pontos e de rectas pertencentes a planos projectantes, ou a figuras contidas em planos projectantes
2. Figuras planas oblíquas aos planos de projecção, ou contidas em planos não projectantes
 - 2.1. Pontos e rectas pertencentes ao plano de uma figura oblíqua
 - 2.2. **Rectas frontais e horizontais (*principais*)** pertencentes ao plano de uma figura oblíqua
 - 2.3. Traços (nos planos de projecção) do plano de uma figura oblíqua
 - 2.4. Representação genérica de **planos oblíquos, de rampa e passantes**
 - 2.4.1. Representação de um plano oblíquo através dos seus traços nos planos de projecção

5 | Orientações metodológicas

A metodologia proposta para o Módulo 1, de exploração da representação das entidades geométricas conceptuais *ponto* e *recta* no contexto da resolução de problemas mais concretos, de representação de figuras poligonais, encontra neste 2.º módulo, cujo tema central é a representação do plano, uma justificação particular. De facto, a representação do plano oblíquo, bem como das superfícies em geral, é sempre função da representação de figuras envolvendo apenas algumas linhas ou, eventualmente, alguns pontos.

Assim, sugere-se que a representação expressa do plano, enquanto entidade geométrica conceptual, seja sempre deduzida a partir de ensaios de representação de figuras poligonais planas, figuras que deverão começar por ser definidas em posições projectantes. O facto de o lugar geométrico das projecções de todos os pontos de um plano projectante ser o seu traço no plano de projecção, impõe uma primeira referência à possibilidade de utilização dos traços como forma de expressar graficamente o conceito de *plano de uma figura*. A identificação dos traços-projecção dos planos projectantes, que são a chave da representação de outros pontos, rectas, ou figuras lineares quaisquer, pertencentes aos planos representados, permite, por outro lado, uma primeira abordagem dos *problemas gráficos básicos* de representação de *relações de incidência* entre pontos, rectas e planos.

Novamente **sem qualquer intuito de sistematização** refira-se a necessidade de verificar se o aluno estabeleceu a relação entre traços de rectas e traços de planos por elas definidos.

Módulo 2: Representação de Figuras Planas I

As condições de incidência (ou de pertença) verificadas na representação de figuras contidas em planos projectantes poderão, de seguida, ser exploradas para resolver o problema da representação de elementos complanares de planos oblíquos, a partir da representação inicial de uma figura plana poligonal qualquer, e, seguidamente, da determinação das projecções das rectas principais (*horizontais* e *frontais*) do plano, permitindo ensaiar as formas convencionais usuais de dar, em geral, expressão gráfica ao plano de uma figura, antes de mais, através dos seus traços nos planos de projecção (estudo que poderá ser aprofundado com a exploração de diferentes formas genéricas de representação do plano, através dos elementos geométricos suficientes para o definir).

Para uma abordagem intuitiva dos conceitos a explorar ao longo deste módulo, poderá recorrer-se à observação do **modelo 2**, anteriormente utilizado, completado com elementos que representem superfícies planas, prolongando-se até encontrar os planos de projecção, sobre os quais poderão ser materializados diferentes traçados lineares, traduzindo relações de incidência (**Modelo 3**)³.

Também ao longo deste estudo, o aluno deverá ser levado a relacionar, de uma forma clara, a variação da posição do plano de uma figura, em relação aos planos de projecção, com a variação das dimensões da sua projecção – oscilando entre a sua verdadeira grandeza e uma projecção linear – e, de uma forma geral, com a conservação, em projecção, das suas diferentes propriedades métricas – área, medidas lineares e amplitudes angulares e relações de paralelismo e de perpendicularidade entre os lados.

Tal como já se referiu nas orientações do módulo anterior, propõe-se ainda que as figuras planas poligonais a utilizar na abordagem intuitiva do conceito de plano, como suporte do processo de investigação a desenvolver ao longo do módulo, sejam sempre definidas, à partida, no espaço do primeiro diedro (ou quadrante), isto é, dadas por coordenadas de sinal positivo. Pensamos que se trata de uma opção de trabalho perfeitamente racional, pela simplificação e clareza de traçados que possibilita. Esta opção não inviabiliza, claro está, a representação de pontos e de figuras situados, ou com prolongamentos, em diferentes regiões do espaço, nem deve ser entendida como contraditória com a possibilidade dessa representação. De facto, tais situações, que são inevitáveis, deverão ser sempre oportunamente consideradas, à medida que se foram colocando, sob a forma de problemas gráficos concretos, nomeadamente, os da determinação de pontos notáveis de rectas e de rectas contidas em planos.

Finalmente, recomendamos, com veemência, que **se evite** a abordagem desta matéria, relativa à representação do plano — e também da recta — por via de qualquer uma das metodologias de classificação, comumente designadas por «alfabetos».

A utilização correcta e sistemática dos nomes das entidades representadas produzirá efeitos com a continuação, sem necessidade de metodologias de classificação algo postíças, que passam ao lado de noções muito mais importantes (por exemplo, a noção da distinção entre plano projectante e plano oblíquo...). É desejável que seja o aluno a construir as suas redes de organização interna dos conhecimentos, bastando garantir que ele utilize um vocabulário sólido, correspondente a noções bem estratificadas; verificá-lo, será um dos objectivos da avaliação.

6 | Sugestões de avaliação

Exploração de noções de relacionamento entre vários elementos do plano (condições de coplanaridade em dupla projecção): o trabalho a desenvolver pode seguir o estabelecido no módulo anterior, visando, neste caso, a obtenção de traços de planos que contenham o triângulo escaleno da secção produzida pelo truncamento do prisma do Modelo 2: o triângulo no plano oblíquo e no de rampa são outras tantas situações, naturalmente, de estudar, tal e qual como o triângulo nos projectantes; a atenção dos estudantes será dirigida para as rectas que prolongam os lados do triângulo, em várias posições que podem ter no espaço mas, sobretudo, na relação que estabelecem com os traços do plano.

Um grupo de trabalho, neste caso, pode surgir como uma oportunidade para esgotar situações espaciais do tipo: que posições relativas aos planos de projecção pode um lado [AB] do triângulo ocupar em planos diferentes?

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

BENSABAT, Fernando – *Geometria Descritiva: Geometria Descritiva A/B, 10.º ano, Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2003.

CARREIRA, António – *Compêndio de Desenho para o 3.º Ciclo do Ensino Liceal*. Lisboa: dep. Livraria Sá da Costa, 1972.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 10 AB: Geometria Descritiva 10.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2004;

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

Outros recursos:

Modelo didáctico a utilizar, e a construir pelos alunos, com as seguintes características:

Modelo 3

Este modelo é apenas um desenvolvimento do Modelo 2, completado com um elemento plano — uma porção de cartolina, por exemplo — apoiado na secção escalena do tronco de prisma, que será utilizado para materializar o prolongamento do plano da figura até encontrar o plano da base, sobre o qual poderão ser ensaiados diferentes traçados lineares — prolongando, por exemplo, os segmentos que formam os lados do triângulo. O mesmo prolongamento plano poderá ser ensaiado relativamente ao plano frontal, permitindo visualizar a posição de ambos os traços do plano da figura, nos planos de projecção.

MÓDULO 3

Representação de Figuras Planas II

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Neste módulo, pretende-se que o aluno aprofunde a investigação das propriedades projectivas das figuras planas bidimensionais, levada a efeito no módulo anterior considerando agora o problema de dar expressão às suas propriedades métricas, de uma forma geral.

Esta investigação deverá ser conduzida para o estudo dos **métodos gerais** (ou métodos geométricos auxiliares) da geometria descritiva, e da sua aplicação na resolução de problemas de representação gráfica relacionados com propriedades métricas das figuras planas, nomeadamente, problemas de determinação de verdadeiras grandezas e problemas de construção de projecções de figuras planas, dadas pela sua verdadeira grandeza.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo: o aluno deverá ser capaz de interpretar e construir representações descritivas, em dupla projecção ortogonal, de figuras planas poligonais e de circunferências, em qualquer posição relativamente aos planos de projecção

- ☐ determinando a verdadeira grandeza de figuras planas dadas pelas suas projecções;
- ☐ construindo as projecções de figuras planas dadas pela sua verdadeira grandeza.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Determinar a v. g. de figuras, por rebatimento dos planos projectantes onde assentam;
- determinar a v. g. de figuras, por rebatimento dos planos oblíquos e de rampa onde assentam;
- desenhar figuras planas elementares a partir de medidas dadas: polígonos regulares, triângulos, quadriláteros, circunferências e elipses;
- construir projecções de figuras planas de perfil e oblíquas a pelo menos um dos planos de projecção, dadas pela sua verdadeira grandeza;
- construir verdadeiras grandezas de figuras planas de perfil e oblíquas a pelo menos um dos planos de projecção, dadas pela suas projecções;
- ...

4 | Conteúdos

1. Métodos gerais da geometria descritiva (métodos geométricos auxiliares)
 - 1.1. Mudanças de planos (ou diedros) de projecção na determinação da verdadeira grandeza
 - 1.2. Rotações e rebatimentos na determinação da verdadeira grandeza
 - 1.2.1. Figuras em planos projectantes
 - 1.2.2. Figuras em planos não projectantes
 - 1.2.2.1. Método do triângulo do rebatimento
 - 1.2.2.2. Método da dupla rotação (dos segmentos de recta de nível ou de frente)
2. Aplicação do mecanismo do rebatimento na construção de projecções de figuras planas
 - 2.1. Projecções de polígonos: **triângulos e quadriláteros, polígonos regulares**
 - 2.2. Projecções da circunferência

5 | Orientações metodológicas

Os problemas de determinação de medidas de segmentos de recta e as investigações das propriedades projectivas do segmento de recta e de algumas figuras planas poligonais, levado a efeito nos módulos 1 e 2, fornecem pré-requisitos importantes para a exploração mais genérica dos problemas de determinação de verdadeiras grandezas, que constituem o tema central deste 3.º módulo.

Sugere-se que, também, este estudo tome como ponto de partida a representação de figuras bidimensionais planas situadas no 1.º diedro e seja conduzido como uma investigação de procedimentos geométricos, que permitam controlar as suas propriedades métricas quer por possibilitarem a construção das verdadeiras grandezas das figuras, quando dadas pelas suas projecções, quer por possibilitarem a construção das projecções das figuras, quando dadas pela sua verdadeira grandeza.

Aconselha-se que, nesta fase, os mecanismos das mudanças de diedros (mudanças de planos de projecção) e das rotações sejam ensaiados apenas a título experimental, descritos sob a forma de um estudo comparativo que permita evidenciar as suas diferentes vocações e condicionamentos, em particular no que respeita aos diferentes modos como permitem lidar com as representações das figuras planas bidimensionais e dos planos que contêm essas figuras.

O método dos rebatimentos, pelo contrário, deverá ser estudado de forma metódica, através da exploração das suas diferentes formas de resolução e da sua aplicação concreta em problemas de construção de figuras, dadas pela sua verdadeira grandeza, contidas em planos de perfil e em qualquer posição oblíqua a, pelo menos, um dos planos de projecção.

Também para este estudo se aconselha a construção prévia e a observação atenta de um modelo tridimensional (**Modelo 4**)⁴ que materialize o mecanismo do rebatimento e permita aos alunos intuir as relações geométricas fundamentais envolvidas neste procedimento.

⁴ Ver Ponto 7. **Bibliografia/Outros recursos**

Módulo 3: Representação de Figuras Planas II

É o momento de chamar a atenção dos alunos para as rectas de maior declive e de maior inclinação que passam pelos vértices das figuras estudadas e para o facto de essas rectas serem parte interessante do movimento da figura, quando se procede ao seu rebatimento, dada a sua relação de perpendicularidade com a charneira,

Finalmente, a construção das projecções de circunferências em posições oblíquas a pelo menos um dos planos de projecção deverá ser objecto de um estudo particular, incidindo sobre a geometria da elipse, pondo em destaque a importância da determinação dos eixos da curva como forma de definir os seus parâmetros, e possibilitar o recurso subsequente a diferentes métodos de construção conhecidos.

6 | Sugestões de avaliação

Compete ao professor aproximar-se do topo da pirâmide de conhecimentos adquiridos pelo aluno, essencialmente com a prática dos chamados «métodos gerais». São estes que permitem lidar com figuras planas em quaisquer circunstâncias, e estabelece-se, finalmente, a necessidade de recorrer ao problema posto de forma clássica para verificar a aquisição de um *modus operandi* por parte do aluno.

Pensamos ser correcto proceder em dois tempos: primeiro, utilizando o modelo de trabalho, propondo, em seguida, ao aluno problemas individuais, para resolver em dupla projecção ortogonal, de seguida.

Caberá ao professor, nos momentos finais da avaliação, decidir o peso a dar a cada uma destas duas componentes da avaliação. No entanto, reflecta-se no seguinte: a mestria na resolução de problemas é, a partir daqui, uma qualidade transversal, uma aquisição pessoal que o aluno poderá aplicar a outros domínios; uma extensão da sua capacidade de operar com a realidade através de uma metodologia de trabalho científica e abstracta. É, portanto, uma aquisição de importância superior e é natural que a avaliação tenda a dar-lhe o devido relevo.

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

BENSABAT, Fernando – *Geometria Descritiva: Geometria Descritiva A/B, 10.º ano, Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2003.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 10 AB: Geometria Descritiva 10.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2004;

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

Outros recursos:

Modelo didáctico a utilizar, e a construir pelos alunos, com as seguintes características:

Modelo 4

Modelo que tem por objectivo visualizar o rebatimento de um plano oblíquo. O plano será truncado por um plano projectante que lhe seja perpendicular, também ele rebatível, de modo a permitir a visualização do triângulo do rebatimento e a determinação da sua verdadeira grandeza. O modelo poderá ser completado com os elementos geométricos que permitam observar todas as relações espaciais necessárias para deduzir a representação gráfica do rebatimento do plano.

MÓDULO 4

Representações do Pontos, da Recta e de Figuras Planas

Duração de Referência: **12 horas**

Apresentação e recomendações gerais

Este módulo é o primeiro do conjunto de módulos que fazem parte dos cursos de tipo 5. Pressupõe conhecimentos e competências adquiridos no primeiro nível, módulos 1 a 3, por frequência de um curso de tipo 4, ou de um curso de Formação Complementar ou de outra modalidade prevista na Lei. Assim sendo, apresenta-se como um momento de revisão e estratificação de conhecimentos, mas igualmente de uniformização: estruturando-se a partir desses módulos, permite o ensino deste segundo nível, daqui para a frente, de um ponto de vista comum.

Sendo assim, a restante informação deste módulo coincide com a dos três anteriores que deverá, por conseguinte, ser tomada como referência.

MÓDULO 5

Representação de Sólidos I (Método de Monge com projecção Lateral)

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Neste módulo, proceder-se-á ao estudo de um conjunto de sólidos geométricos básicos e das diferentes variedades de superfícies que os caracterizam.

Este estudo será orientado para a resolução de problemas da representação descritiva dos sólidos estudados, assentes em planos paralelos aos planos de projecção, a partir de medidas dadas, que envolverá:

- ☐ a resolução de problemas métricos simples de tradução de medidas de figuras planas e de segmentos;
- ☐ a construção de contornos aparentes de cones e cilindros de base circular;
- ☐ a construção de vistas complementares laterais produzidas num plano de projecção de perfil.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de:

- ☐ representar sólidos geométricos simples, assentes em planos horizontais, frontais ou de perfil, em dupla projecção ortogonal e de completar a representação com a construção de uma vista lateral desses mesmos sólidos, num plano de projecção de perfil;
- ☐ resolver a representação de figuras assentes em planos de perfil através do recurso à projecção lateral;
- ☐ resolver alguns problemas métricos simples, aplicados à construção da representação dos sólidos, relativos a distâncias e comprimentos de segmentos, através do recurso a métodos auxiliares, nomeadamente, ao mecanismo das rotações.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Construir as projecções dos elementos geométricos definidores das superfícies dos diferentes sólidos estudados:
 - ☐ pirâmides e prismas regulares e oblíquos de base(s) regular(es);
 - ☐ cones e cilindros de revolução e oblíquos de base(s) circular(es);
 - ☐ paralelepípedo;
- representar as geratrizes de contorno aparente de cones e cilindros;
- representar invisibilidades nas arestas de pirâmides e de prismas e nas circunferências das bases de cones e de cilindros;

Módulo 5: Representação de Sólidos I (Método de Monge com projecção Lateral)

- construir projecções laterais dos sólidos representados em dupla projecção, produzidas num plano de projecção de perfil;
- recorrer à projecção lateral como instrumento de construção de projecções de figuras contidas em planos de perfil;
- rodar segmentos oblíquos;
- determinar v. g. de segmentos oblíquos;
- representar segmentos de distâncias oblíquas dadas em v. g. através do recurso a rebatimentos e a rotações;
- ...

4 | Conteúdos

1. Sólidos elementares – definições
 - 1.1. Os três sólidos platónicos mais simples (tetraedro, hexaedro ou cubo e octaedro)
 - 1.2. Cone e pirâmide, cilindro e prisma regulares e oblíquos de bases regulares
 - 1.3. Paralelepípedo
2. Superfícies – algumas caracterizações básicas
 - 2.1. Superfícies regradas e superfícies de revolução
 - 2.2. Contornos aparentes (condições e convenções de visibilidade)
3. Representação triédrica
 - 3.1. Representação no plano lateral de projecção
 - 3.2. Representação de sólidos com bases assentes em planos horizontais, frontais e de perfil
 - 3.3. Projecções de pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou, em geral, nas superfícies dos sólidos

5 | Orientações metodológicas

Sugere-se, também neste módulo, como forma de estudo gráfico prévio da geometria dos sólidos a representar, a planificação experimental de algumas das diferentes superfícies que os caracterizam (nomeadamente, as poliédricas e as cónicas e cilíndricas de revolução).

O trabalho subsequente, de montagem dos sólidos planificados, proporcionará aos alunos um conjunto de modelos cuja utilização prática é evidente: poderão rodá-los no espaço, para mais facilmente se familiarizarem com os seus elementos constituintes e com a verificação das propriedades geométricas de possíveis dados quer referentes à posição, quer à configuração em projecções. Estes modelos poderão também ser utilizados em exercícios de dedução empírica de contornos aparentes e de situações de visibilidade e de ocultação.

Módulo 5: Representação de Sólidos I (Método de Monge com projecção Lateral)

A caracterização e a classificação dos diferentes tipos de superfícies a estudar deverão igualmente partir de uma análise da superfície dos sólidos observados, permitindo concluir da importância particular, para descrever os sólidos através de projecções, de determinadas linhas e pontos notáveis existentes nessas superfícies — arestas, vértices e contornos aparentes. Sobre esta base, o aluno deverá ser conduzido a reconhecer a possibilidade de descrever superfícies a partir de um número mínimo de elementos lineares e pontuais suficientes para as determinarem e a elaborar as noções de geratriz, de eixo de revolução e de linha directriz.

Os problemas de determinação de pontos pertencentes às superfícies dos sólidos poliédricos deverão ser directamente relacionados com os problemas de incidências relativos ao ponto, à recta e ao plano, anteriormente estudados no Módulo 2. Os raciocínios aplicados aos poliedros poderão ser facilmente generalizados ao cone e ao cilindro, demonstrando-se que estes sólidos podem ser entendidos como casos limite de pirâmides e de prismas com um número n de faces, equivalentes às geratrizes das superfícies. Algumas outras noções anteriormente exploradas com o estudo dos métodos gerais, como a de circularidade da trajectória de rotação, poderão facilmente ser exploradas para demonstrar a existência de circunferências nas superfícies dos sólidos de revolução.

O recurso a uma terceira projecção, apenas introduzido neste módulo, deverá ser explorado como uma generalização do método de Monge, tendo como objectivo fundamental a resolução directa de problemas de representação de figuras contidas em planos de perfil, e como objectivo secundário constituir uma mais-valia no reconhecimento visual imediato de formas de sólidos e na simplificação decorrente da possibilidade de se dispensarem as notações usualmente utilizadas na identificação dos respectivos vértices.

É este, provavelmente, o momento de propor aos alunos, já com algum treino nas principais rotinas de representação e convenções de notação, a avaliação corrente daquilo que deverá, ou não, ser dispensado no desenho e nas notações: deste módulo em diante, o peso de alguns traçados é crescente, sendo frequente a utilização de pequenas áreas da folha de desenho para desenvolver, em parcial sobreposição, dados, resolução e pedidos. É de bom senso aligeirar judiciosamente as notações e, assim, tornar económicos e delicados os traçados auxiliares.

Os problemas propostos, de construção de representações de sólidos a partir de medidas, deverão explorar dados menos directos: medidas de geratrizes de cilindros e cones oblíquos, e de arestas de pirâmides e de prismas oblíquos, não paralelas aos planos de projecção e de diagonais de faces de prismas ou paralelepípedos, por exemplo. Pretende-se, desta forma, exercitar o aluno a lidar com problemas métricos simples, relativos a distâncias e a ensaiar alternativas de resolução, nomeadamente, recorrendo ao método auxiliar das rotações, particularmente adequado para controlar a verdadeira grandeza de segmentos de recta.

Finalmente, como parece resultar evidente, dada a natureza específica dos objectos considerados no presente módulo, e, em particular, a circunstância da introdução de uma terceira projecção, também, neste caso, deverá fazer-se uso exclusivo do espaço de coordenadas positivas.

6 | Sugestões de avaliação

A construção de sólidos geométricos é uma tarefa que deve inserir-se, neste módulo, essencialmente em actividade de projecto. O treino aqui efectuado irá reforçar a articulação do trabalho de equipa, ao mesmo tempo que, no plano individual, aprofundará o contacto com as rotinas mais elementares do desenho geométrico. São estas as primeiras aptidões, portanto, a avaliar.

No entanto, começando por um trabalho colectivo, mas rematando na tarefa individual, é importante que seja explorado um conjunto de problemas sujeito a pequenas variantes: alturas de sólidos, arestas e geratrizes, posição das bases em torno do seu centro, etc.

A resolução de problemas tenderá a constituir-se, deste módulo em diante, como principal forma de lidar com a projecção de figuras no espaço de Monge.

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

AGUILAR, Leonildo Teixeira de – *Alguns Conceitos Geométricos*. Lisboa: Lusolivro, 1993.

BENSABAT, Fernando – *Geometria Descritiva: Geometria Descritiva A/B, 10.º ano, Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2003.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 10 AB: Geometria Descritiva 10.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2004;

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

Outros recursos:

Modelos de sólidos geométricos, alguns dos quais a construir pelos alunos.

MÓDULO 6

Representação de Sólidos II

Duração de Referência: 12 horas

1 | Apresentação

Esta unidade constitui um aprofundamento do tema da anterior, que é alargado ao estudo da representação descritiva de sólidos geométricos regulares, a partir de medidas dadas, com bases assentes em planos oblíquos aos planos de projecção, envolvendo:

- ☐ o estudo da representação de relações de paralelismo e perpendicularidade entre rectas e planos em quaisquer posições no espaço;
- ☐ a exploração da utilização dos diferentes métodos gerais na resolução de problemas de construção de projecções de figuras planas, a partir das suas verdadeiras grandezas e de outros problemas métricos simples, relativos a distâncias e a comprimentos de segmentos.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de resolver problemas de representação, em dupla e em tripla projecção ortogonal, de sólidos regulares simples, assentes em qualquer tipo de plano:

- ☐ aplicando os diferentes mecanismos do rebatimento, das rotações e das mudanças de planos de projecção, na construção das projecções das figuras planas necessárias como base da representação e na resolução de alguns problemas métricos simples relativos a distâncias e comprimentos de segmentos;
- ☐ construindo as representações das relações de paralelismo e perpendicularidade entre rectas e planos necessárias à correcta conformação dos sólidos regulares.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Representar figuras contidas em planos paralelos;
- representar planos paralelos;
- representar segmentos/rectas perpendiculares a planos;
- construir projecções de elementos geométricos descritores de superfícies de sólidos regulares, a partir das projecções de bases contidas em planos oblíquos a pelo menos um dos planos de projecção:
 - ☐ pirâmides e prismas regulares;
 - ☐ cones e cilindros de revolução;
 - ☐ paralelepípedo rectângulo;
- representar as geratrizes de contorno aparente de cones e cilindros de revolução em quaisquer posições relativas aos planos de projecção;
- representar invisibilidades nas arestas dos sólidos;

- construir projecções laterais dos sólidos representados;
- recorrer à projecção lateral para resolver problemas de construção de sólidos com bases situadas em planos de rampa;
- representar segmentos de distâncias oblíquas, dadas em verdadeira grandeza, através do recurso a rebatimentos e a rotações;
- ...

4 | Conteúdos

1. Representações diédrica e triédrica de sólidos com bases assentes em planos oblíquos a pelo menos um dos planos de projecção
 - 1.1. Pirâmide e prisma regulares
 - 1.2. Cone e cilindro de revolução
 - 1.3. Paralelepípedo rectângulo
2. Paralelismo e perpendicularidade entre rectas e planos
 - 2.1. Rectas e planos perpendiculares a planos verticais, de topo, de rampa e oblíquos
 - 2.2. Figuras planas contidas em planos paralelos

5 | Orientações metodológicas

Este módulo constitui um aprofundamento do anterior, com a generalização das posições das bases dos sólidos a representar a posições oblíquas aos planos de projecção.

Os sólidos a representar, neste caso, são apenas as pirâmides e os prismas regulares, o paralelepípedo rectângulo e o cone e o cilindro de revolução. Com esta opção, pretende-se não apenas simplificar as situações geométricas a representar, como permitir investigar a representação de situações de paralelismo e perpendicularidade entre planos e estudar a representação de situações de perpendicularidade entre rectas e planos, necessárias para construir projecções de sólidos regulares, a partir de bases diferentemente orientadas no espaço.

Os sólidos deverão continuar a ser definidos e representados exclusivamente no triedro de coordenadas positivas.

Neste módulo, aos problemas métricos, que podem ser propostos aos alunos acrescentam-se, naturalmente, não só os relativos à construção das figuras das bases dos sólidos, situadas em planos projectantes e oblíquos, como também os da tradução gráfica de dados relativos às suas alturas – distâncias entre bases, ou entre bases e vértices, num conjunto de situações que permitem explorar o recurso selectivo a diferentes métodos geométricos auxiliares.

Sugere-se que a terceira projecção continue a ser utilizada como um recurso metodológico complementar, agora também para resolver problemas de construção de figuras contidas em planos de rampa e traçados de rectas que lhes sejam perpendiculares, na medida em que o plano de rampa se apresenta, em tripla projecção ortogonal, como um plano projectante lateral.

6 | Sugestões de avaliação

Aconselha-se o docente a sujeitar à avaliação a progressiva capacidade de os alunos trabalharem com a imaginação espacial e as noções geométricas abstractas que os módulos têm vindo a construir.

Desse modo, predominarão, a partir deste módulo, as situações de avaliação da proficiência individual em situação de resolução de problemas.

É de recomendar, igualmente, a progressiva construção de um teste-tipo, em evolução até ao módulo 9, de carácter global e envolvendo, por exemplo, quatro itens; poderão agrupar dois problemas com figuras planas (sem e com recurso a métodos gerais na determinação de verdadeiras grandezas) e dois outros com sólidos (bases paralelas a um dos planos de projecção e bases não paralelas).

Deste teste os alunos deverão conhecer, antecipadamente, a distribuição das cotações pelos vários tópicos de classificação e, em cada um dos tópicos, aquilo que o professor entende avaliar; por exemplo:

- tradução gráfica dos dados (cerca de 15%)
- processo de resolução (cerca de 55%)
- apresentação gráfica da solução (cerca de 15%)
- observância das convenções gráficas aplicáveis, rigor de execução e qualidade expressiva dos traçados (cerca de 15%)

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

BENSABAT, Fernando – *Geometria Descritiva: Geometria Descritiva A/B, 10.º ano, Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2003.

CARREIRA, António – *Compêndio de Desenho para o 3.º Ciclo do Ensino Liceal*. Lisboa: dep. Livraria Sá da Costa, 1972.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 10 AB: Geometria Descritiva 10.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2004;

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

Outros recursos:

- modelos de sólidos geométricos, alguns dos quais a construir pelos alunos.
- embora as percentagens aqui sugeridas difiram um pouco das de provas de exame nacional de DGD A e B dos últimos anos, com início em 2001 (em particular as das provas 408 e 409), sugerimos o recurso aos respectivos critérios de classificação: podem servir de termo de comparação e de medida das possibilidades de construir e de comentar, com os alunos, critérios adaptados a este curso – designadamente à sugestão de distribuição do anterior ponto 6.

MÓDULO 7

Intersecções e Secções

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Neste módulo, pretende-se conduzir o aluno através de uma investigação dos problemas gráficos básicos relativos a intersecções entre rectas e planos e dos métodos conducentes à sua resolução.

Os métodos aprendidos deverão ser orientados para resolver problemas concretos de determinação de linhas de intersecção produzidas por planos secantes nos sólidos anteriormente estudados.

Este processo deverá ser complementado com o estudo das propriedades geométricas e da construção das projecções das secções planas do cone e do cilindro de revolução e com a determinação e a construção de verdadeiras grandezas das diferentes secções planas determinadas. Finalmente, os diferentes métodos geométricos e procedimentos gráficos ensaiados serão aplicados à concepção, planificação e eventual construção de modelos de sólidos truncados.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de:

- ☐ construir as projecções de secções planas de sólidos de bases assentes em planos horizontais, frontais e de perfil;
- ☐ determinar a verdadeira grandeza das secções produzidas por planos de perfil, de topo, verticais, oblíquos e de rampa;
- ☐ representar troncos de sólidos, produzidos por arrancamento de segmentos volumétricos determinados por secções planas.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Determinar pontos de intersecção de rectas com planos;
- determinar rectas de intersecção de planos;
- determinar secções planas de prismas e pirâmides
 - ☐ produzidas por planos paralelos aos planos de projecção;
 - ☐ produzidas por planos de perfil e oblíquos a pelo menos um dos planos de projecção;
- construir as projecções de geratrizes e de pontos pertencentes às superfícies de cones e de cilindros;
- determinar pontos de secções planas de cones e de cilindros
 - ☐ produzidas por planos paralelos aos planos de projecção;
 - ☐ produzidas por planos de perfil e oblíquos a pelo menos um dos planos de projecção;
- desenhar curvas de erro: elipses, parábolas e hipérbolas;
- ...

4 | Conteúdos

1. Intersecções

1.1. Rectas e planos

1.1.1. Intersecções de rectas com planos projectantes

1.1.2. Método geral de determinação da intersecção de uma recta com um plano

1.2. Planos

1.2.1. Intersecções envolvendo planos projectantes

1.2.2. Método geral de determinação da intersecção de dois planos

1.3. Intersecções de planos com superfícies de sólidos de bases assentes em planos horizontais, frontais e de perfil

1.3.1. Secções planas produzidas por planos horizontais e frontais

1.3.1.1. Sólidos poliédricos

1.3.1.2. Cones e cilindros de revolução ou oblíquos de base circular

1.3.2. Secções planas produzidas por planos de perfil, verticais, de topo, de rampa e oblíquos

1.3.2.1. Sólidos poliédricos

1.3.2.2. Cones e cilindros de revolução ou oblíquos de base circular

1.3.3. Verdadeiras grandezas de secções oblíquas

2. Truncamentos

5 | Orientações metodológicas

Ao estudo dos problemas gráficos básicos de intersecção de planos e de rectas com planos iniciado nesta unidade, segue-se, de imediato, o estudo das secções planas produzidas nos sólidos, delimitados por superfícies regradas, anteriormente estudados. Entendemos o estudo destas secções planas, num plano teórico, como um natural desenvolvimento do estudo das intersecções de rectas e de planos e, num plano prático, como uma forma de aplicação imediata, concreta e intuitiva, a formas tridimensionais, dos métodos de resolução previamente ensaiados em situações envolvendo apenas entidades geométricas conceptuais, permitindo, assim, a interiorização destes métodos de uma forma particularmente eficaz.

No estudo dos métodos de resolução dos problemas básicos de intersecções, sugere-se uma sequência de situações que permita diferenciar, de forma clara, o método de resolução das intersecções envolvendo planos e rectas projectantes, dos métodos gerais especificamente concebidos para resolver situações que envolvam apenas rectas e planos oblíquos:

- ponto comum a uma recta e um plano projectante;
- recta comum a um plano qualquer (definido pelos traços ou por uma figura plana) e a um plano projectante;
- ponto comum a uma recta e a um plano não projectante (definido pelos traços ou por uma figura plana);

- recta comum a dois planos não projectantes:
 - caso geral (pelo menos um dos planos definido por uma figura qualquer);
 - planos definidos pelos traços.

Acrescente-se ainda que nos parece importante que os métodos gerais, particularmente o da intersecção de planos, não sejam aplicados a situações representacionais demasiado abstractas, nem tampouco se limitem a considerar apenas planos representados pelos traços. Nesse sentido, sugere-se a exploração de situações envolvendo planos representados por figuras poligonais, nomeadamente, os triângulos, que permitem dar uma forma gráfica mais intuitiva a planos basicamente definidos por três pontos não colineares.

Na determinação da intersecção de dois planos de rampa, ou de um plano de rampa com um plano oblíquo qualquer, sugere-se também como procedimento, alternativo ao método geral, o recurso à terceira projecção. O mesmo se pode fazer, na intersecção de uma recta com um plano de rampa, tirando-se partido de os planos de rampa (incluindo os planos passantes) serem projectantes em relação ao plano de projecção lateral.

De uma forma geral, em todo este processo, recomenda-se vivamente o recurso à terceira projecção para resolver todos os problemas específicos, envolvendo intersecções com arestas de perfil e secções produzidas em sólidos por planos de rampa, bem como o recurso às mudanças de diedros para resolver o problema da determinação das secções produzidas por planos oblíquos.

No estudo das secções produzidas por planos não paralelos às bases dos sólidos, recomenda-se que os problemas iniciais contemplem sólidos assentes num dos planos de projecção.

Finalmente, e de acordo com a metodologia geral proposta ao longo dos módulos anteriores, sugere-se que, em alternativa a uma abordagem sequencial dos conteúdos, tais como, são apresentados no programa, todo o estudo das intersecções a levar a efeito no presente módulo seja, desde o início, orientado no sentido de procurar soluções para problemas mais globais de determinação de secções planas produzidas em sólidos. Deste modo, será possível aos alunos contextualizar os procedimentos abstractos a estudar, de uma forma bastante mais intuitiva e motivadora.

Como conclusão deste estudo, poderá ainda propor-se a realização de planificações rigorosas dos sólidos representados, nomeadamente, dos sólidos truncados, envolvendo a determinação de verdadeiras grandezas, com recurso aos diferentes métodos geométricos auxiliares anteriormente ensaiados, a ser completadas com a realização de maquetas dos sólidos planificados.

6 | Sugestões de avaliação

Desenvolvem-se, neste módulo, as sugestões já referidas no anterior.

Acrescente-se, naturalmente, a matéria nova: testes com carácter global (sempre de desejar neste ponto dos estudos) deverão ter a composição adaptada, com a substituição de um problema de sólidos por um de secções.

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

BENSABAT, Fernando – *Geometria Descritiva: Geometria Descritiva A/B, 10.º ano, Ensino Secundário*. Lisboa: Lisboa Editora, 2003.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 10 AB: Geometria Descritiva 10.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2004.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

MÓDULO 8

Teoria das Sombras – Sombras de Figuras Planas

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Este módulo compreende o estudo dos fundamentos da teoria das sombras e uma investigação das funções expressivas e descritivas da representação das sombras.

Este estudo envolve uma aplicação específica de conhecimentos anteriormente adquiridos relativos a intersecções de planos e de rectas com planos, visando a resolução de problemas de determinação de sombras projectadas, reais e virtuais e de pontos e de linhas de quebra.

Será concretizado, em síntese, com a representação de sombras reais de segmentos de recta e de figuras planas, projectadas pela direcção luminosa convencional sobre os planos de projecção.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de construir as projecções de sombras reais de segmentos de recta, de quaisquer polígonos e de circunferências horizontais, frontais e de perfil, produzidas pela direcção luminosa convencional, sobre os planos horizontal e frontal de projecção.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Representar a direcção luminosa convencional;
- determinar sombras reais e virtuais de pontos, sobre os planos de projecção;
- determinar sombras reais e virtuais de segmentos, sobre os planos de projecção;
- determinar pontos de quebra de sombras de segmentos projectadas sobre os planos de projecção;
- determinar sombras reais e virtuais de figuras planas poligonais e de circunferências, sobre os planos de projecção;
- determinar linhas de quebra de sombras de figuras planas poligonais e de circunferências, projectadas nos planos de projecção;
- dar expressão gráfica às zonas visíveis de sombra real de figuras planas, projectadas nos planos de projecção;
- ...

4 | Conteúdos

1. Teoria das sombras – conceitos gerais
 - 1.1. Noções de **foco luminoso** e de **direcção luminosa**
 - 1.2. Noções de **sombra própria**, **sombra espacial** e **sombra projectada (real e virtual)**
2. Direcção luminosa convencional (d.l.c.)
3. Sombras de figuras planas elementares produzidas nos planos de projecção pela d.l.c.
 - 3.1. Sombras de segmentos de recta e de quaisquer polígonos
 - 3.2. Sombras de circunferências horizontais, frontais e de perfil
4. **Pontos e linhas de quebra**
5. **Percorso da recta** no espaço

5 | Orientações metodológicas

Após uma apresentação geral da teoria das sombras e da demonstração da capacidade das sombras para, em geral, dar expressão gráfica e facilitar a leitura intuitiva das representações descritivas, ou meramente ilustrativas, das superfícies dos sólidos, as situações práticas a considerar deverão restringir-se à construção de sombras produzidas pela direcção luminosa convencional. De facto, a projecção de sombras produzidas pela direcção luminosa convencional é, não só, a forma normalizada de representação de sombras nas ortografias frontais quer em dupla, quer em múltipla projecção ortogonal, como só faz sentido ser aplicada no contexto desta forma de representação gráfica, na medida em que, neste tipo de projecções ortogonais, desempenha o papel muito específico de transformar a projecção das sombras numa forma particular de representação descritiva — a ciografia.

O problema da determinação das sombras projectadas por pontos deverá ser relacionado, desde logo, com os problemas de intersecções de rectas com planos, abordados no módulo imediatamente anterior e, nomeadamente, no caso concreto em estudo, com o problema mais específico da determinação de traços de rectas nos planos de projecção.

A determinação de pontos e linhas de quebra das sombras reais deverá, em primeira instância, ser obtida através dos prolongamentos virtuais das sombras produzidas nos planos de projecção. Contudo, sugere-se que também se explore o processo de determinação das quebras através da identificação do plano de luz passante, uma vez que, no caso da direcção luminosa convencional este coincide com o bissector dos diedros ímpares, o que permite, neste ponto, motivar, de uma forma concreta, um estudo complementar, das propriedades dos planos bissectores e das regras de representação dos pontos e das rectas neles contidos.

6 | Sugestões de avaliação

À estrutura anterior da avaliação nada há a acrescentar. Apenas ao conteúdo dos testes globais se junta novo exercício, desta vez de sombras, resultando num teste que poderá passar a ter uma composição que exemplificamos: 1.º problema de construção de uma figura plana com recurso a um dos métodos gerais; 2.º problema de construção de um sólido assente num plano oblíquo a, pelo menos, um dos planos de projecção; 3.º problema de traçado de um sólido truncado, de base paralela a um dos planos de projecção; 4.º problema, de sombra de uma figura plana.

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

CARREIRA, António – *Compêndio de Desenho para o 3.º Ciclo do Ensino Liceal*. Lisboa: dep. Livraria Sá da Costa, 1972.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

MÓDULO 9

Sombras de Sólidos

Duração de Referência: **12 horas**

1 | Apresentação

Neste último módulo, pretende-se aprofundar os conhecimentos anteriormente adquiridos, relativos à determinação de sombras de segmentos e figuras planas e relativos a planos e rectas tangentes e rasantes às superfícies dos sólidos estudados.

O estudo incidirá sobre os processos de determinação das sombras próprias de sólidos poliedricos, cones e cilindros com bases assentes em planos horizontais, frontais e de perfil e será concretizado com a construção das suas sombras reais, produzidas pela direcção luminosa convencional e projectadas nos planos de projecção.

2 | Competências Visadas

No final deste módulo, o aluno deverá ser capaz de resolver os seguintes problemas: determinação de sombras próprias de sólidos poliedricos, de cones e de cilindros; construção das projecções das suas sombras reais, produzidas pela direcção luminosa convencional, sobre os planos horizontal e frontal de projecção.

3 | Objectivos de Aprendizagem

- Determinar sombras reais e virtuais dos elementos definidores de superfícies de sólidos:
 - ☐ pirâmides e prismas regulares ou oblíquos de base(s) regular(es);
 - ☐ cones e cilindros de revolução ou oblíquos de base(s) circular(es);
- determinar os planos tangentes às superfícies cónicas e cilíndricas, paralelos à direcção luminosa convencional;
- determinar as separatrizes da luz e da sombra nas superfícies dos sólidos;
- dar expressão gráfica às zonas visíveis de sombra própria existentes nas superfícies dos sólidos;
- representar os contornos das sombras reais dos sólidos, sobre os planos de projecção;
- dar expressão gráfica às zonas visíveis de sombra real dos sólidos, representadas nos planos de projecção;
- ...

4 | Conteúdos

1. Sombras de sólidos com bases assentes em planos horizontais, frontais e de perfil, produzidas nos planos de projecção pela direcção luminosa convencional
 - 1.1. Pirâmides e prismas regulares ou oblíquos de bases regulares
 - 1.2. Cones e cilindros de revolução ou oblíquos de bases circulares
2. Sombra própria de um sólido
 - 2.1. Determinação da separatriz da luz e da sombra na superfície de um sólido
 - 2.1.1. Poliedros
 - 2.1.2. Cones e cilindros

5 | Orientações metodológicas

Para além do natural acréscimo do grau de complexidade representado pela passagem para a construção de sombras projectadas por sólidos, este módulo propõe como questão específica o problema da determinação das sombras próprias e, logo, da determinação das separatrizes da luz e da sombra.

Propõe-se que este problema seja resolvido de uma forma diferenciada:

- ☐ no cone e no cilindro, através da determinação dos planos de luz tangentes às superfícies cónica e cilíndrica, conceitos já explorados teoricamente no módulo 5, a propósito da noção de contorno aparente;
- ☐ nos sólidos poliédricos, através da determinação dos planos de luz rasantes aos poliedros ou, simplesmente, através da construção da sombra projectada, cujo contorno permite deduzir a separatriz.

Particular atenção deve ser dada à identificação das invisibilidades (de arestas e sombras próprias) e oclusões (das sombras projectadas) que estes problemas envolvem, especialmente importantes na representação de sólidos.

6 | Sugestões de avaliação

Último módulo, onde a proposta de avaliação deste programa, a ter sido seguida, fará sentido final: em testes compreendendo conjuntos de problemas de tipologia variada (figuras planas, sólidos, truncamentos e sombras) poderão pôr-se em prova as competências adquiridas: as gerais (no domínio da resolução de problemas e da capacidade de abstracção) e as competências específicas mencionadas na abertura do programa.

7 | Bibliografia / Outros recursos

De particular interesse:

CARREIRA, António – *Compêndio de Desenho para o 3.º Ciclo do Ensino Liceal*. Lisboa: dep. Livraria Sá da Costa, 1972.

COSTA, João – *Geometria Descritiva 11 AB: Geometria Descritiva 11.º ano A e B, Ensino Secundário*. Porto: Areal, 2005.

Índice Geral

Parte I – Orgânica Geral

| | Página |
|--|--------|
| 1. Caracterização da Disciplina | 3 |
| 2. Visão Geral do Programa | 3 |
| 3. Competências a Desenvolver | 4 |
| 4. Orientações Metodológicas / Avaliação | 5 |
| 5. Elenco Modular | 8 |
| 6. Bibliografia | 9 |

Parte II – Módulos

| | | |
|-----------------|--|----|
| Módulo 1 | Teoria das Projecções – Representações do Ponto e da Recta | 11 |
| Módulo 2 | Representação de Figuras Planas I | 17 |
| Módulo 3 | Representação de Figuras Planas II | 20 |
| Módulo 4 | Representações do Ponto, da Recta e de Figuras Planas | 25 |
| Módulo 5 | Representação de Sólidos I (Método de Monge com Projecção Lateral) | 26 |
| Módulo 6 | Representação de Sólidos II | 30 |
| Módulo 7 | Intersecções e Secções | 33 |
| Módulo 8 | Teoria das Sombras – Sombras de Figuras Planas | 37 |
| Módulo 9 | Sombras de Sólidos | 40 |